Sujet blanc du contrôle 4

Le barème est donné à titre indicatif. Une attention particulière à la qualité de la présentation de la copie et à la clarté des raisonnements est attendue. Calculatrice autorisée.

Exercice 1. *(10 points).* On considère la fonction polynôme f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$, par

$$f(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} + \frac{15}{4}.$$

1. Comment est orientée la parabole $\mathscr{C}_f$ associée à f ?
2. Déterminer l'abscisse x_S du sommet de la parabole.
3. Calculer y_S l'ordonnée du sommet.
4. *(2 points)* Donner le tableau de variation de f.
5. Compléter le tableau de valeurs de f en annexe.
6. Tracer le graphe de la fonction f en annexe.
7. Dériver la fonction f.
8. En déduire les valeurs de $f'(1)$, $f'(3)$ et $f'(7)$.
9. Tracer en annexe $\mathscr{T}_1$, $\mathscr{T}_3$ et $\mathscr{T}_7$ les tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisse 1 ; 3 et 7 respectivement.

Exercice 2. *(10 points).* On admet qu'une approximation de la population allemande entre 2000 et 2013 est donnée par la fonction f définie sur $[0; 13]$ par

$$f(t) = -0,02t^2 + 0,16t + 82,18,$$

où t est le nombre d'années écoulées depuis 2000 et $f(t)$ le nombre d'habitants en million.

1. Calculer, d'après ce modèle, la population allemande en 2009 puis en 2010.
2. En déduire la variation absolue Δf entre ces deux années.

On admet que le rythme de croissance de la population est donnée par f' la dérivée de f.

3. Calculer la dérivée de f.
4. *(2 points)* Dresser le tableau de signe de f' sur $[0; 13]$.
5. En déduire le tableau de variations de f sur $[0; 13]$.
6. Entre quelles années la population allemande a-t-elle diminué ?
7. Calculer $f'(9)$ et comparer à la variation absolue calculée à la question 2.
8. *(2 points)* Calculer suivant ce modèle quelle serait la population allemande en 2075. Justifier que ce modèle ne peut pas convenir à très long terme.

A RENDRE AVEC LA COPIE

Nom :

Prénom :

Annexe

Exercice 1, question 4 :

x	-1	1	3	5	7	9
$f(x)$						

Exercice 1, questions 5 et 8 :